Trabajo N° 4 Matemática 2do A

Buenas a todos y todas. Hemos dejado claro cómo será el procedimiento de los trabajos. Por si acaso y si no se entendió, dejo detallado todo de nuevo:

. Los trabajos serán combinados con las clases presenciales, dentro de este trabajo encontraran la información que se necesita para realizar el mismo por si sucede algo y no pueden presenciar la clase.

. Los trabajos los entregan, dentro de la semana que se les exige y se verá reflejada a continuación.

. OJO, no porque tengan la información detallada en el trabajo no deben ir a la escuela. Lo presencial nos ayuda a fijar los conceptos y ejercitar, también ver lo que no se puede trasmitir por acá.

. Utilicen el Classroom para enviarme los tps.

. Aprovechen la semana que no van para resolver los puntos ya dados la semana anterior.

. Dudas, preguntas o consultas al grupo de wtp, así capaz le resuelven las dudas a otro/a que tenía las mismas.

Profesor: Alejandro Petrillo

Fecha de entrega:

Grupo 1: 20/9

Grupo 2: 13/9

Wtp: 1140754757

Factorización

El tema que vamos a ver ahora como lo dice el titulo, es factorización. Pero antes de entrar en el tema vamos a dar definiciones sobre algunas cositas previas que seguramente no tienen concepto. Como hicimos antes a las definiciones escritas que yo voy dando le vamos a sumar un video que yo considero bastante práctico para que alguno le sume a la hora de entender el tema en cuestión.

Números primos: En matemáticas, un número primo es un número natural mayor que 1 que tiene únicamente dos divisores distintos: él mismo y el 1. Ejemplos: 2, 3, 5, 7, 23, etc.

Números compuestos: los números compuestos son los números naturales que tienen algún divisor natural aparte de sí mismos y del 1, y, por lo tanto, pueden factorizarse. Ejemplos: 6, 9, 18, 27, etc.

Entonces, un número es primo o es compuesto. El único que no cumple ninguna de las dos condiciones es el 1.

Factorización: factorización de primos o descomposición de primos (como dice el video), factorización en primos o árbol de factorización consiste en descomponer un número compuesto (no primo) en divisores primos, que cuando se multiplican dan el número original.

Ejemplos: $20 = 2^2 * 5$ $\quad 66 = 11 * 2 * 3$ $\quad 728 = 7 * 13 * 2^3$

Dejo dos videos abajo para que puedan entender cómo funciona esto.

https://www.youtube.com/watch?v=e1XtzmR-4jk

En este link pueden ver a este muchacho que me cae divertido, explicando algunas definiciones de las que di arriba y no solo eso, si no que al final les regala la tabla de primos del 1 al 100. ¿Un consejo? Tenerle en cuenta a la hora de resolver los ejercicios que voy a ir mandando.

https://www.youtube.com/watch?v=NPaBFe6QBDQ

En este habla de la factorización o descomposición de números en factores primos que ya hemos dado la definición más arriba. Tener en cuenta que da muchos ejemplos y muestra una forma muy sencilla y prolija de cómo factorizar un número.

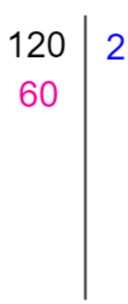
Por si alguno no le quedo bien claro con el video voy a hacer los pasos de cómo factorizar un numero con un ejemplo para que lo tengan en cuenta también.

Vamos a factorizar el 120:

1. **Representamos una línea vertical** y escribimos el número que vamos a descomponer en la parte superior izquierda:

   En el lado derecho escribiremos los **divisores** (los números por los cuales dividimos); en el izquierdo, los **cocientes** (resultado de la división del paso anterior).

2. **Buscamos un divisor primo** del número de la izquierda. Normalmente, empezamos probando por 2, luego por 3, luego por 5, luego por 7...
   En nuestro caso funciona bien el 2 porque siempre que es un número par es divisible por 2 ¿No?



3. **Repetimos el proceso**, dividiendo entre primos el último número escrito en el lado izquierdo, hasta obtener el cociente 1.

120	2
60	2
30	2
15	3
5	5
1	

4. **Finalmente, escribimos el número de la parte superior izquierda como un producto de potencias** cuyas bases son los divisores y los exponentes son el número de veces que se repite cada divisor:
   En nuestro ejemplo, el 2 se repite tres veces, el 3 se repite una vez y el 5 también una vez, entonces se escribiría como: $120 = 2 * 2 * 2 * 3 * 5 = 2^3 * 3 * 5$

   Entiendo que con estas definiciones, sumados a los videos y también a mi explicación de cómo resolverlo. Podrán resolver los siguientes ejercicios.

Mínimo común múltiplo (mcm)

El **mínimo común múltiplo** de dos números *a* y *b* es el número más pequeño que es múltiplo de *a* y múltiplo de *b*.

Para denotar el mínimo común múltiplo de *a* y *b* escribiremos **mcm(*a*, *b*)**.

Ejemplos:

Mcm (2, 3)=6. Porque 6 es múltiplo de 2 (2x3) y también es múltiplo de 3 (3x2), y es el más chico de los múltiplos.

Mcm (4,8)=8. Porque 4 es múltiplo de 8 (2x4) y 8 es múltiplo de 8 (8x1) y es el más chico de los múltiplos.

¿Qué pasa cuando tenemos que trabajar con números más grandes?

Método:

1. Descomponemos los números en números primos (como en el trabajo anterior).
2. El mínimo común múltiplo es el producto de todas las potencias que aparecen en las descomposiciones.
3. Pero si alguna de las bases aparece en ambas descomposiciones, escogemos la de mayor exponente.

Busquemos el mcm (180,324).

Paso 1, descomponemos los números como explique en el otro trabajo.

Nos quedaría $180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$ y $324 = 3^4 \cdot 2^2$.

Paso 2, El mínimo común múltiplo tendrá las potencias de base 5, de base 3 y de base 2.

Paso 3:

- La potencia de base 2 tiene el exponente 2 en las dos descomposiciones, así que escribiremos 2^2 .
- La potencia de base 3 tiene los exponentes 2 y 4. Nos quedamos con el mayor 3^4 .

Entonces mcm (180,324)= $2^2 \cdot 3^4 \cdot 5 = 1620$

https://www.youtube.com/watch?v=txLlA_fyL5g

Si todavía no les quedo claro, pueden ver ese video.

Máximo común divisor

El **máximo común divisor** de dos números *a* y *b* es el número más grande que divide a *a* y divide a *b*.

Para denotar el máximo común divisor de *a* y *b* escribiremos **MCD(*a*, *b*)**.

Ejemplo:

Mcd (12,18)=6. Veamos que 1, 2, 3, 4, 6 y 12 dividen a 12. Y los divisores de 18 son 1, 2, 3, 6, 9 y 18. Entonces el máximo que los divide a ambos es el 6.

¿Qué pasa cuando tenemos que trabajar con números más grandes? (no vamos a buscar los divisores de todos)

Metodo:

1. Descomponemos los números en números primos (como en el trabajo anterior).
2. El máximo común divisor es el producto de las potencias que aparecen en las dos descomposiciones.
3. Pero cuyo exponente sea el menor.

Busquemos el Mcd (180,324)

Paso 1, descomponemos los números como explique en el otro trabajo.

Nos quedaría $180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$ y $324 = 3^4 \cdot 2^2$.

Paso 2 y 3, El máximo común divisor será el producto de una potencia de base 2 y otra de base 3, ya que son las bases que aparecen en las dos descomposiciones.

- la potencia de base 2 tiene el exponente 2 en las dos descomposiciones, así que escribiremos 2^2
- la potencia de base 3 tiene los exponentes 2 y 4. Nos quedamos con el menor: 3^2

Entonces el Mcd (180,324)= $2^2 \cdot 3^2 = 4 \cdot 9 = 36$

https://www.youtube.com/watch?v=WD4rGWCRBYY

Si todavía no les queda claro, ahí les dejo un video para darles una ayuda más.

Aclaraciones:

. El mcm y el mcd se calculan siempre para dos o más números. Se pueden comparar entre 3 o 4 (o más) números también utilizando el mismo método.

. No es lo mismo descomponer un número que encontrar sus divisores.

Problemas de MCM y MCD

Vamos a seguir trabajando con MCM y MCD, pero con algunos problemas. Voy a dar 2 ejemplos para luego ustedes puedan resolver de manera similar los ejercicios en el trabajo.

Ejemplo 1

Un viajante va a Mar del Plata cada 18 días, otro va a la misma ciudad cada 15 días y un tercero cada 8 días. Hoy día 28 de mayo han coincidido en la ciudad de Mar del Plata los tres viajantes. ¿Dentro de cuántos días como mínimo volverán a coincidir en Mar del Plata?

Bien, la idea es leer el problema e interpretar que nos está pidiendo. Fíjense que nos habla de unos viajantes que van a Mar del plata y encontrar cuando coinciden, es decir un día en COMUN. Y en la pregunta nos dicen cuantos días como mínimo, es decir que si buscamos un el mínimo múltiplo en común nos va a decir en cuantos días, es decir buscar el MCM de 18, 15 y 8. Bien, ahora busquemoslo.

Como veníamos haciendo, factorizamos los 3 números y buscamos los números con su mayor exponente. Veamos las factorizaciones:

$$18 = 2 \cdot 3^2$$

$$15 = 3 \cdot 5$$

$$8 = 2^3$$

Entonces, tenemos que poner el 2, el 3 y el 5. Y en su mayor exponente. Entonces nos quedaría:

$$MCM(18,15,8) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = 360$$

Se volverían a encontrar en 360 días.

Ejemplo 2

David tiene 24 dulces para repartir y Fernando tiene 18. Si desean regalar los dulces a sus respectivos familiares de modo que todos tengan la misma cantidad y que sea la mayor posible, ¿cuántos dulces repartirán a cada persona?

Ahora veamos este problema, siempre recuerden de leerlo algunas veces para entender lo que tienen que hacer. Fíjense que dice que “tengan la misma cantidad” y “sea la mayor posible”. Entonces voy a buscar lo que tengan en común y que sea máximo. También dice “regalar” o a veces “repartir”, se refiere a divisores o división. Entonces tenemos que calcular el máximo común divisor, es decir, el MCD. Bien, factorizemos los 2 números como antes y busquemos el máximo divisor que tengan en común.

$24 = 2^3 \cdot 3$

$18 = 2 \cdot 3^2$

Entonces, tenemos en común un 2 y un 3. Entonces:

$MCD(24,18) = 2 \cdot 3 = 6$

Le repartirían 6 dulces a cada persona.

Introducción a números enteros

A partir de este momento empezamos a sumar un conjunto de número nuevos, llamados números enteros.

Diferenciemos los 2 conjuntos que tenemos bien marcados hasta el momento. Por un lado los NATURALES y por otro estos nuevos que aparecen, los ENTEROS.

Los naturales nos servían para contar cosas. Es decir, 1, 2, 3, 4, 5… y así hasta infinito. Este sería el conjunto de los números naturales. Dicho conjunto lo llamábamos con la letra $\mathbb{N}$.

De manera similar caractericemos a los ENTEROS. El conjunto de números enteros lo llamaremos $\mathbb{Z}$ y diremos que en este conjunto se encuentran los números naturales ya vistos y se le sumaran los enteros negativos. Es decir que este conjunto tomara valores desde el menos infinito pasando por el 0 y yendo hacia más infinito. …-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3…

Pudimos ver muchos ejemplos donde aparecen estos números negativos. Desde la temperatura de ciertos elementos, tablas de futbol, saldos de tarjetas, etc.

En esta clase no solo presentamos estos números negativos. Si no, que recordamos 2 escrituras de conjuntos ya vistas con los naturales.

Escritura por comprensión

Si revisan un poco en carpetas de otros años podemos encontrar la siguiente escritura.

$B = \{x / x \in N \wedge 7 \leq x \leq 28\}$

Donde la expresión anterior se lee ***"B es el conjunto de los X tales que X perteneciente a los números naturales y X es mayor-igual a 7 y menor-igual a 28"***, donde esto incluiría los números 7, 8, 9, 10…27,28.

$\wedge$ Este símbolo significa "Y"

Noten que ese ejemplo está sumamente claro si seguimos expresando nuestros números como Naturales y no. Ya estamos trabajando con enteros. Porque es expresión no me estaría "agarrando" los valores que se encuentran entre 8 y 9 por ejemplo. Entonces sería de manera similar pero nuestro X va a pertenecer a los enteros (conjunto que llamamos $\mathbb{Z}$).

$B = \{x / x \in \mathbb{Z} \wedge 7 \leq x \leq 28\}$

Entonces ahora tomaríamos todos los valores que van desde el 7 al 28.

Tener en cuenta que la inclusión del 7 y e 28 va a depender de los símbolos de mayor, menor, menor-igual o mayor-igual. En este caso, noten que si están incluidos porque los dos símbolos utilizan el igual.

Notemos un ejemplo que tome números negativos

$$C = \{x / x \in \mathbb{Z} \wedge -6 < x \leq 3\}$$

Fíjense que C ahora toma los valores -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2 y 3. Noten que el -6 no lo toma porque el signo no contiene el igual, entonces no pertenece al conjunto.

__**Escritura por extensión**__

Esta escritura no es tan lirica como la anterior si no que va a nombrar los elementos "uno por uno". Es decir que a todos los elementos los va a detallar. La única gran diferencia sería que ahora vamos a incluir también lo números negativos.

$D = \{1, 2, 3 \ldots 56\}$ Este conjunto estaría incluido en los naturales porque toma todos los valores del 1 al 56 y fíjense que son todos positivos.

Veamos un ejemplo con valores ENTEROS.

$E = \{-7, -6, -5 \ldots\}$ Este conjunto toma valores que van desde -7 hasta infinito.

Noten que los puntos suspensivos nos dice que es lista sigue e iría hacia infinito. TENGAN EN CUENTA QUE TAMBIEN PODEMOS IR HACIA MENOS INFINITO AHORA.

Pasemos el conjunto C y E a comprensión y extensión según corresponda.

$C = \{x / x \in \mathbb{Z} \wedge -6 < x \leq 3\}$ C Por compresión

$C = \{-5, -4 \ldots 2, 3\}$ C Por extensión

$E = \{-7, -6, -5 \ldots\}$ E Por extensión

$E = \{x / x \in \mathbb{Z} \wedge -7 \leq x\}$ E por compresión

Luego de ver este tipo de escrituras pasamos a mostrar algunas definiciones nuevas que podemos hallar a partir de los números negativos.

__**Opuesto de un número:**__

El opuesto de un número es el mismo número pero con el signo cambiado. Es decir que el opuesto de 4 es -4, el opuesto de -5 es 5.

__**Modulo de un número:**__

Llamaremos modulo de un número al valor numérico de este número, es decir, el número sin el signo. Como por ejemplo, el modulo de -4 es 4, aunque el modulo de 4 también es 4.

Trabajo N° 4 para entregar

1. Factorizar completamente los siguientes números:

   $a)621$

   $b)199$

   $c)252$

   $d)1144$

   $e)210$

   f)577

   g)307

   h)1360
2. Hallar el M.C.M y el M.C.D. de los siguientes conjuntos de números
   a) 34, 60
   b) 84, 48
   c) 69, 18, 45
   d) 33, 121, 55, 165
3. Resolver:
   a) Alan y Pedro comen en la misma parilla, pero Alan asiste cada 20 días y Pedro cada 38. ¿Cuándo volverán a encontrarse?
   b) En el colegio de Julieta, la profesora de inglés toma una evaluación cada 15 días, la de Matemática cada 20 días y la de Lengua cada 30 días. Julieta y sus compañeros quieren averiguar después de cuántos días de comenzar las clases tendrán por primera vez las tres evaluaciones juntas. ¿Puedes ayudarlos? Aparte. ¿Cuántas pruebas tomo cada profesora en ese tiempo?
4. Resolver:
   a) Daniel y Matías compraron 40 y 32 caramelos, respectivamente, para una fiesta de cumpleaños. Quieren repartirlos entre todos los invitados de modo que cada uno da el mismo número de caramelos a cada persona, pero que todos los invitados tengan el mismo número de caramelos y sea máximo. Calcular el número máximo de invitados que deben asistir para que ninguno se quede sin caramelos.
   b) María y Jorge tienen 25 bolas blancas, 15 bolas azules y 90 bolas rojas y quieren hacer el mayor número de collares iguales sin que sobre ninguna bola. ¿Cuántos collares iguales pueden hacer? ¿Qué número de bolas de cada color tendrá cada collar?
5. Definir los siguientes conjuntos por extensión o por comprensión según corresponda.
   a) $A=\{x / x \in Z \wedge -10 < x \leq 7\}$
   b) $B=\{x / x \in Z \wedge x < -5\}$
   c) $C=\{x / x \in Z \wedge x \geq -20\}$
   d) $D=\{x / x \in Z \wedge -2 \leq x \leq 2\}$
   e) $E=\{x / x \in Z \wedge -10 < x \leq -9\}$

f) $F = \{-8, -7, -6 \ldots\}$

g) $G = \{-9, -8, -7, \ldots 24, 25\}$

h) $H = \{-1, 0, 1 \ldots 434, 435\}$

i) $I = \{\ldots, -1, 0, 1\}$

j) $J = \{\ \}$

6. A partir de las siguientes afirmaciones. Decidir si son Verdaderas o Falsas. En el caso de ser falsas, justificar.
   a) -2, -1 y 3 son los opuestos de 2, 1 y -3 respectivamente.
   b) El modulo de 7 es -7.
   c) El número -6 es más grande que -5.
   d) El 0 se encuentra entre -2 y 2.
   e) El opuesto y el modulo de -19 es 19.
   f) Para todos los números negativos el modulo es el mismo número.
   g) El posterior a -25 es -24.
   h) El anterior a -1 es 0.